INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN TIMIŞ
Str. Dr. Liviu Gabor nr. 1, 300004, Timişoara,
Tel +40 (0)256 305799, Fax2mail +40 (0)371 627683
registratura@isjtm.ro , www.isj.tm.edu.ro
Operator de date cu caracter personal nr.18818

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

Inspectoratul Școlar Județean Timiș

Societatea de Științe Matematice din România

Olimpiada Naţională de Matematică
Etapa Locală, județul Timiș
5.02.2026
Clasa a XI-a MI

(30 p) 1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{R})$.

Să se calculeze A^n și determinantul matricei A^n, $n \in \mathbb{N}^*$.

(20p) 2. Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{C_n^1+\frac{1}{2}C_n^2+\cdots+\frac{1}{n}C_n^n}{2^2+\frac{1}{2}\cdot 2^3+\cdots+\frac{1}{n}\cdot 2^{n+1}}$.

(20p) 3. Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 1}$ de numere reale definit prin $x_1 = \sqrt{\frac{1}{2}}$, $x_{n+1} = \sqrt{\frac{1+x_n}{2}}$, $n \geq 1$.

Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} (x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n)$.

(20p) 4. Pentru fiecare $n \in \mathbb{N}$ considerăm numerele $a_n , b_n \in \mathbb{N}$ astfel încât $\left(2+\sqrt{3}\right)^n = a_n + b_n\sqrt{3}$.

a) Arătați că $\left(2-\sqrt{3}\right)^n = a_n - b_n\sqrt{3}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

b) Determinați $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timpul de lucru este de trei ore.

Se acordă 10 puncte din oficiu .

Succes!